Elementi di base delle vibrazioni meccaniche

Vibrazioni

- Le vibrazioni sono fenomeni dinamici che ci circondano costantemente. La luce, il suono, il calore sono i fenomeni vibratori a noi più evidenti. In questa sede ci vogliamo interessare delle “vibrazioni meccaniche “, vale a dire di quelle oscillazioni che interessano le strutture meccaniche ed i loro componenti.

Perché dedicare del tempo allo studio delle vibrazioni

- Takoma bridge, Aprile 1940 ……...

Moto periodico

- Un fenomeno si dice periodico quando ad uguali intervalli di tempo T (periodi) ripresenta le medesime caratteristiche.
- Il numero di cicli compiuti in un secondo è definito frequenza del fenomeno.
  La frequenza è indicata con la lettera f e si misura in Hz.

Moto periodico

Il Pendolo

Moto armonico

- Lo spostamento varia sinusoidalmente rispetto al tempo.

- Velocità angolare $\omega=2\pi f$ o $\omega=2\pi/T$

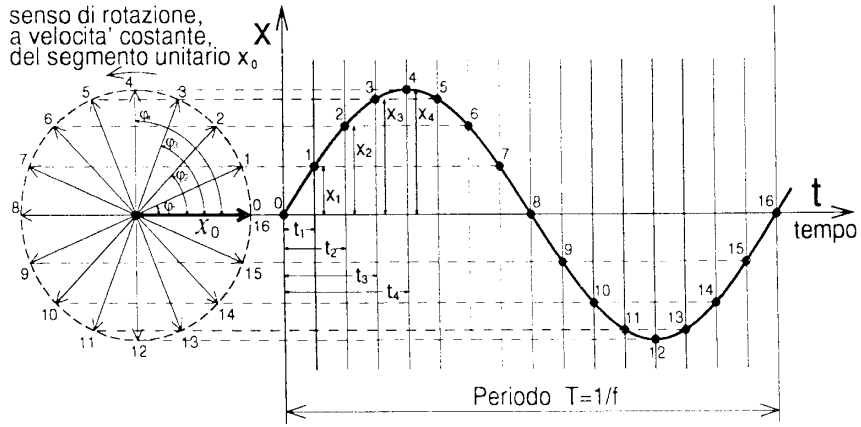


Figura 4 – Rappresentazione sinusoidale del moto.

t_1-t_2-t_3-t_4. Tempi impiegati dal raggio rotante per descrivere gli angoli φ_1-φ_2-φ_3-φ_4 a partire dall'istante t_0

x_0. Segmento, o raggio, unitario rotante in senso antiorario.

x_1-x_2-x_3-x_4. Proiezione sull'asse delle ordinate dei successivi punti 1-2-3-4 toccati dal raggio durante la sua rotazione.

φ_1-φ_2-φ_3-φ_4. Angoli descritti dal raggio corrispondenti ai punti 1-2-3-4.

Moto armonico

Esempio di legame tra moto circolare ed armonico

Moto armonico

- $s(t) = A \sin(\omega t)$
- $v(t) = A\,\omega \cos(\omega t)$
- $a(t) = -A\,\omega^2 \sin(\omega t)$

Il concetto di Fase

- Si definisce fase dell'oscillazione la frazione del periodo già trascorsa all'istante in cui ha origine il tempo.

  AO/AB ossia ϑ/T

- Valore angolare della fase

  $\varphi = (2\pi/T)*\vartheta$

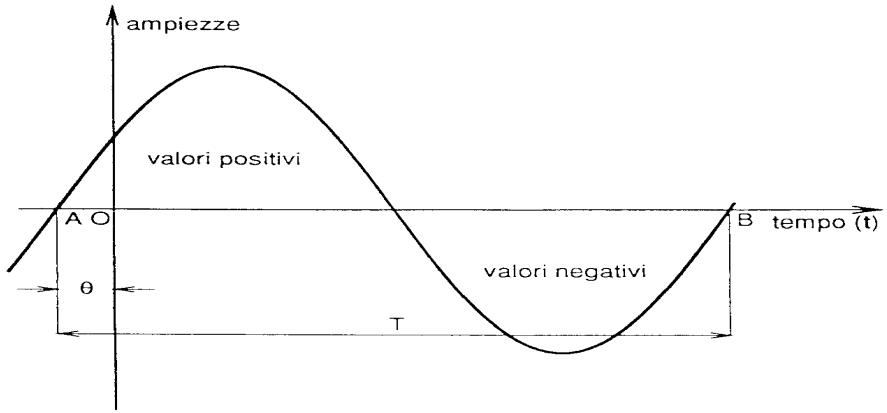


Fig. 5 – Sfasamento di una oscillazione.

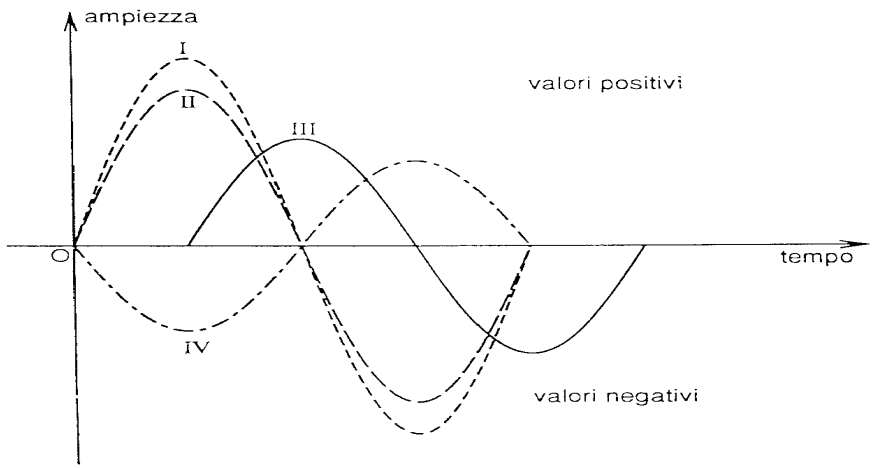


Fig. 6 – Relazioni di fase fra grandezze oscillanti.

Valore efficace o RMS

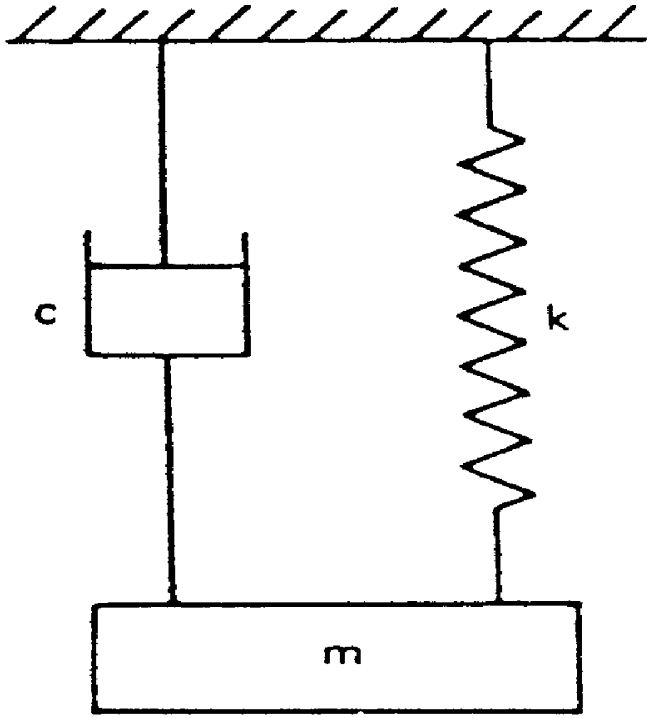
- Il valore efficace rappresenta l'energia del segnale.

$$x = \sqrt{1/T * \int_0^T x_t^2 \, dt}$$

- Valore efficace di una grandezza sinusoidale

  Xrms = 0.707 * Xmax

Sistema elastico



Sistema elastico

massa (m) - molla (k) - smorzamento (c)

Composizione armonica

- Nella maggior parte dei casi le vibrazioni non hanno caratteristiche di moto perfettamente sinusoidale, ma sono il risultato di più moti armonici.

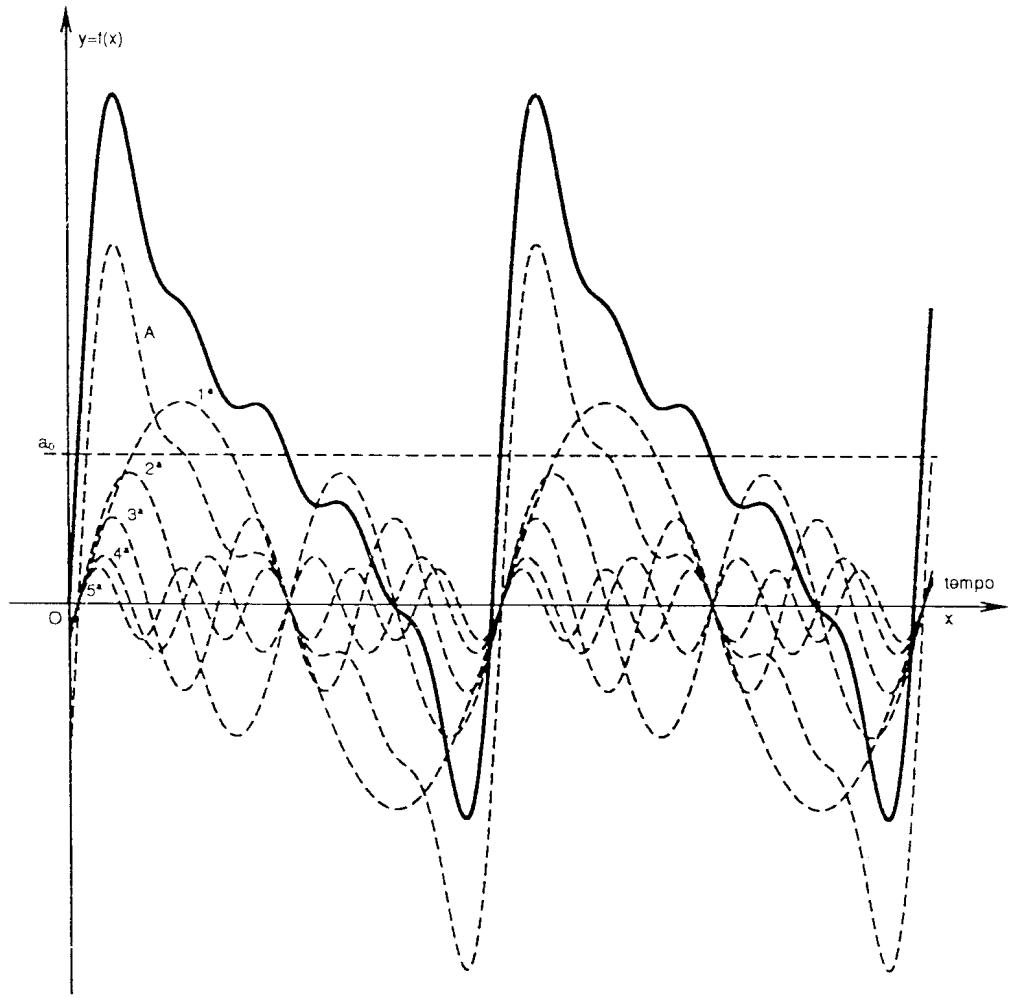


Fig. 64 – Composizione di cinque moti armonici, come in figura 50 (curva tratteggiata A) e di una grandezza costante a_0

La serie di Fourier

- Una curva periodica, qualunque sia la sua forma, può essere rappresentata come una somma indefinita di sinusoidi di ampiezza e fase opportune di cui una, detta fondamentale, ha la stessa frequenza della curva periodica originaria e le altre hanno frequenze doppie, triple, quadruple, ecc...

$$f(x) = a_0 + (a_1\cos(2\pi x/T) + b_1\sin(2\pi x/T) + \ldots +$$
$$+ (a_n\cos(2\pi n x/T) + b_n\sin(2\pi n x/T) + \ldots$$

$$a_0 = 1/T * \int_0^T f(x)\,dx$$

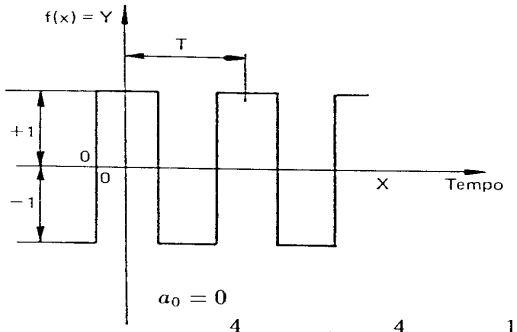
$$a_n = 2/T * \int_0^T f(x)\cos(2\pi n x/T)\,dx \;;\; (n = 1,2,3,\ldots)$$

$$b_n = 2/T * \int_0^T f(x)\sin(2\pi n x/T)\,dx \;;\; (n = 1,2,3,\ldots)$$

Trasformata di Fourier

- La trasformata di Fourier è quell' operatore matematico che, utilizzando lo sviluppo in serie di Fourier, permette di scomporre un segnale, acquisito nel tempo, nelle sue componenti spettrali.

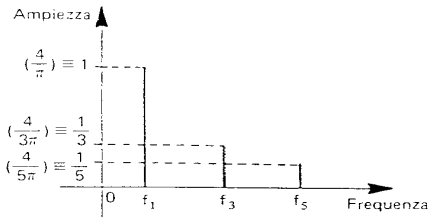
5) Forma d'onda quadra, simmetricamente positiva e negativa, con origine ad ampiezza massima.



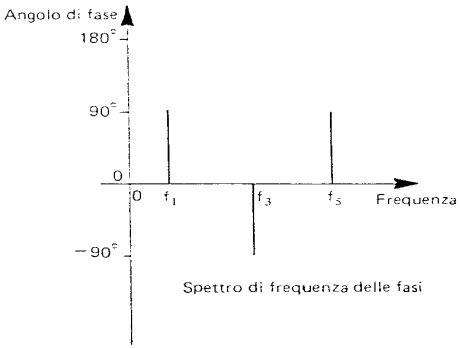
$$a_0 = 0$$
$$a_n = \frac{4}{\pi n} \qquad f(x) = \frac{4}{\pi}(\cos x - \frac{1}{3}\cos 3x + \frac{1}{5}\cos 5x - \ldots) \qquad (106)$$
$$b_n = 0$$

dove n comprende solo numeri interi dispari ($n = 1, 3, 5, 7, \ldots$)

$$\mathrm{tg}\varphi_n = \frac{a_n}{b_n} = \frac{\pm a_n}{0} = \pm\infty \begin{cases} \nearrow \text{(con seno positivo)}\varphi = 90° \\ \searrow \text{(con seno negativo)}\varphi = 270° = -90° \end{cases}$$



Spettro di frequenza delle ampiezze



Spettro di frequenza delle fasi

Fourier

Esempio di sintesi di una forma d’onda

Analisi in frequenza

- Storia temporale = numero di campioni
- ΔF = Freq. Span / numero di linee
- $T = 1 / \Delta F$ = numero di linee / Freq. Span
- $\Delta t = T$ / numero di campioni
- Linee spettrali = numero di campioni / 2

Oscillazioni libere non smorzate

- Rigidezza del sistema
  $k = F/x \quad \Rightarrow \quad k = mg/x$
- In un sistema oscillante non smorzato la frequenza propria dipende unicamente dalla costante elastica k e dalla massa m.

$$f = 1/2\pi \sqrt{k/m}$$

Oscillazioni libere non smorzate

Esempio di sistema massa-molla

Oscillazioni libere smorzate

- Coefficiente di smorzamento

$$c = F / v$$

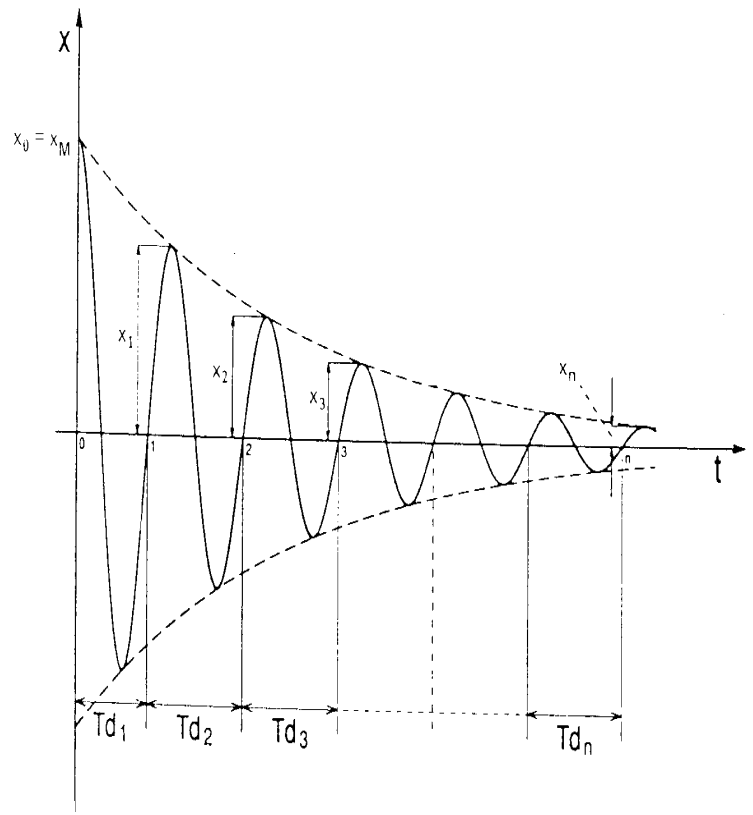
dove $v = dx/dt$.

- Fattore di smorzamento

$$\zeta = c / 2m$$

- In un sistema smorzato l'ampiezza della vibrazione è soggetta ad una diminuzione esponenziale nel tempo secondo la legge

$$e^{-\zeta\tau}$$



Equazione generale del moto

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0$$

Impedenza meccanica

- L' impedenza meccanica è una grandezza che indica quale sia la resistenza opposta da un sistema elastico ad essere eccitato, ossia ad essere posto in vibrazione.

$$\bar{Z} = F_M / \dot{\bar{X}}_M$$

dove

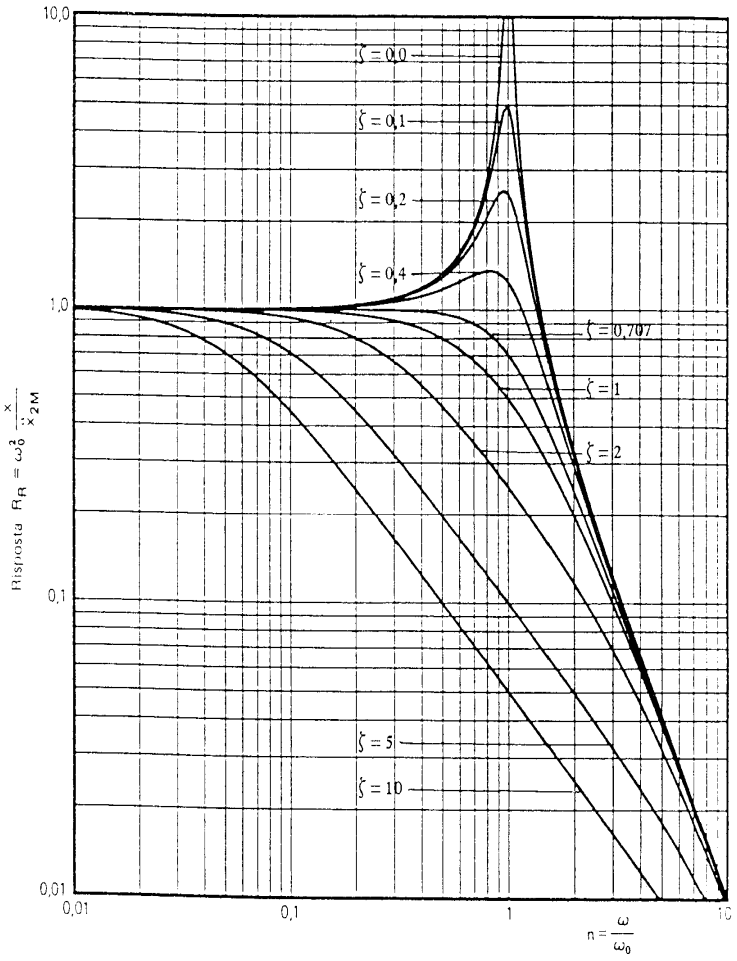
$\bar{Z}$ è il valore complesso dell' impedenza,

F_M è il vettore che indica il valore massimo della forza eccitante,

$\dot{\bar{X}}_M$ è il valore complesso della velocità del moto vibratorio ($\dot{\bar{X}}_M = i\omega\bar{X}_M$).

Risonanza

- La condizione di risonanza di un sistema vibrante si manifesta quando la frequenza della forza periodica esterna (forza eccitante) è uguale alla frequenza propria del sistema.
- Un sistema vibrante messo in condizione di risonanza è soggetto ad un forte aumento dell'ampiezza di oscillazione della sua massa.



Il concetto di decibel

- Unità di misura logaritmica nata per valutare il livello di grandezze acustiche, viene spesso usata per la misura di altre grandezze (potenza ,tensione, corrente, ecc...).
- Il dB è un'unità di misura relativa. Nel caso di analisi di rumore il riferimento è 20 μPa.

$$L_W = 10\log_{10} W/W_0$$

Nel caso in cui il rapporto considerato sia fatto tra grandezze che corrispondono alla radice quadrata delle relative potenze, il logaritmo del rapporto deve essere moltiplicato per 20 anzichè per 10.

Livello pressione sonora $L_p = 10\log_{10}(p/p_0)^2 = 20\log_{10} p/p_0$

La catena di misura

- Legenda :

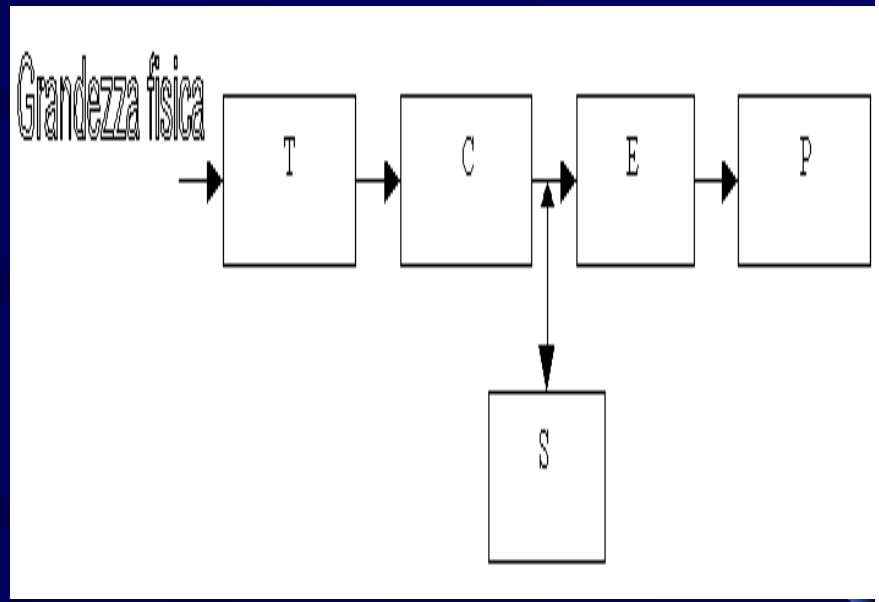
  T = Trasduttori

  C = Condizionatori

  S = Sistema d'acquisizione

  E = Elaborazione segnali

  P = Sistema di presentazione



Trasduttori

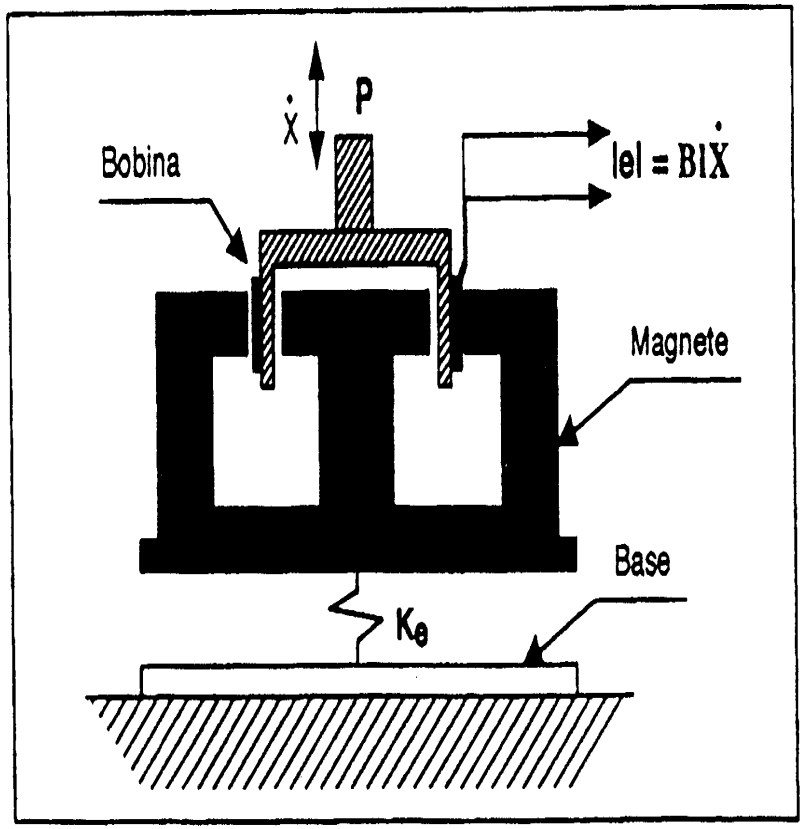
- Dispositivi che permettono la conversione di una grandezza fisica generica in un segnale elettrico.
- Il segnale elettrico così ottenuto viene poi trattato da una catena di elaborazione.

Criteri di scelta dei trasduttori

- Grandezza fisica da misurare.
- Campo di frequenza utile.
- Livello di segnale fornito.
- Campo di misura / Sensibilità nominale.
- Sensibilità trasversale.
- Compatibilità con le misure da effettuare.
- Linearità.
- Ambiente.
- Praticità e robustezza.
- Costo.

Velocimetro

- Caratteristiche :
  - Livelli di segnale elevati
  - Ingombranti
  - Adatti per misure industriali
- In generale permettono :
  - Rilievo della velocità assoluta del punto P
  - Rilievo della velocità relativa P - base
  - Rilievo della velocità assoluta della base



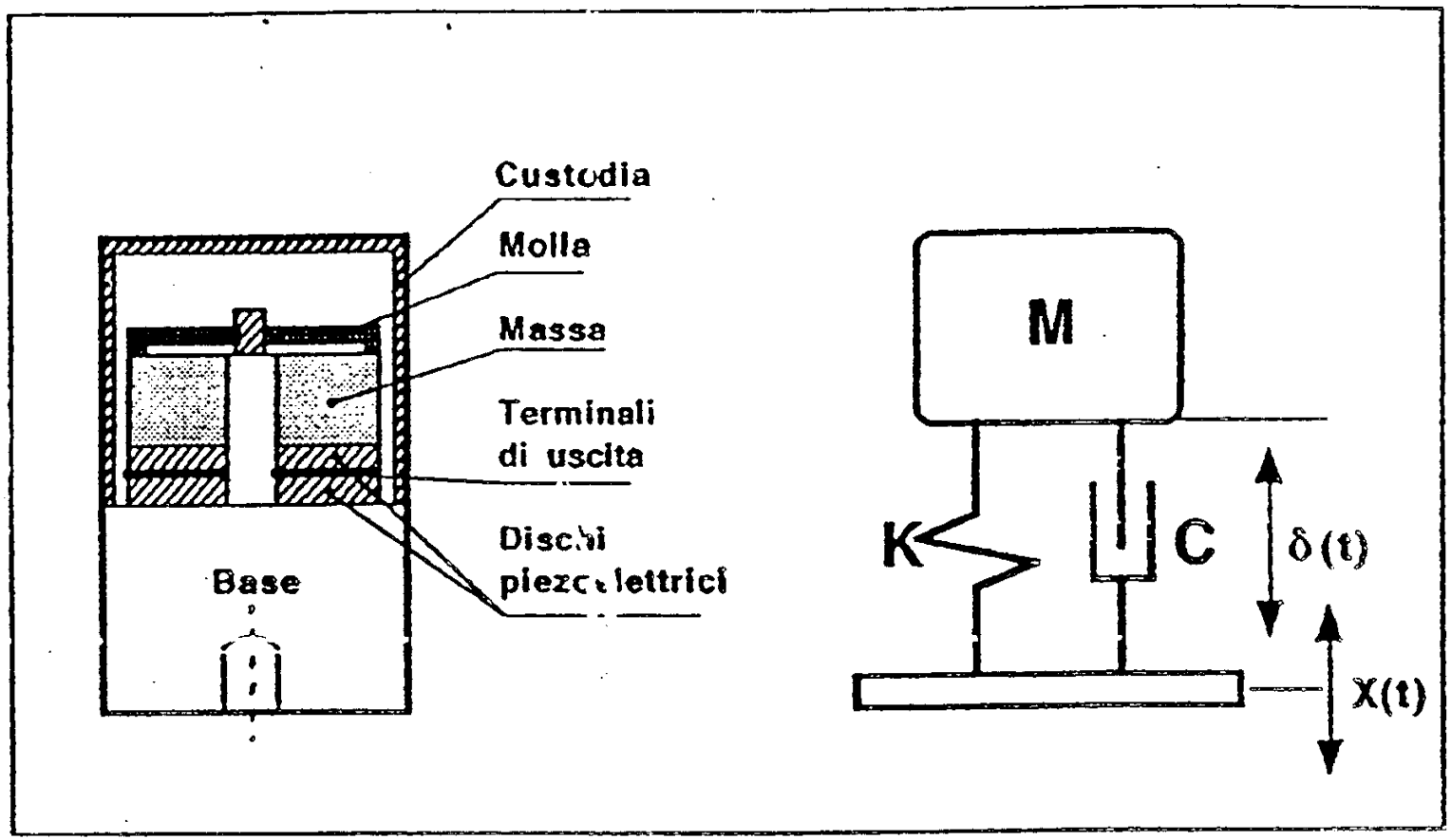
Schema di funzionamento di un velocimetro elettrodinamico

Accelerometri

- Gli accelerometri sono sempre di tipo SISMICO, cioè forniscono il valore dell'accelerazione ASSOLUTA di un oggetto.

- Si basano su diverse tecnologie .
  I principali sono :
- Piezoelettrici
- Estensimetrici (Piezoresistivi)
- Servoaccelerometri

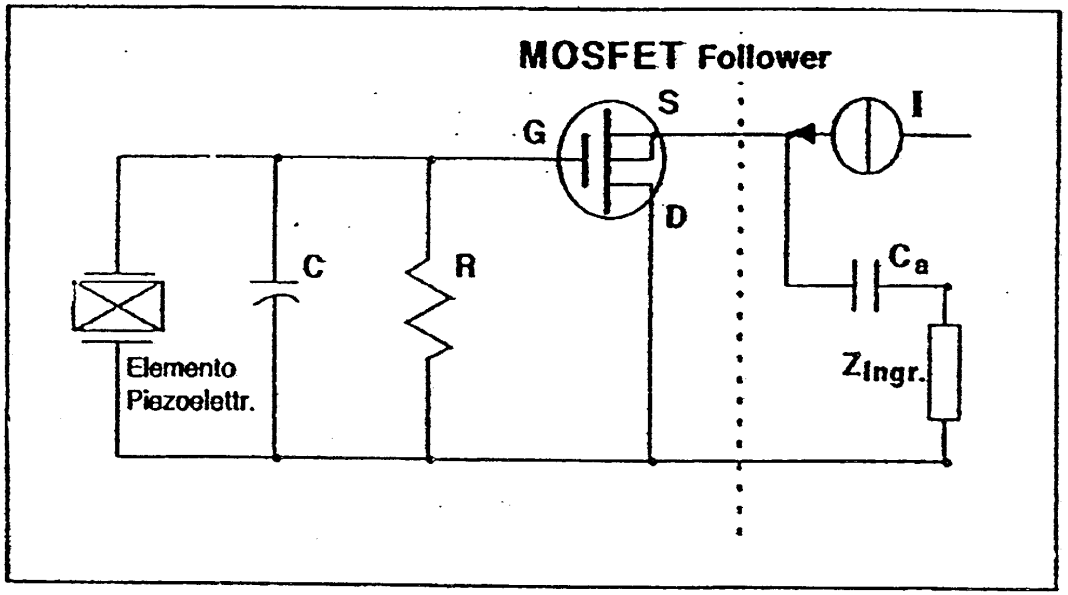
Accelerometro piezoelettrico



Schema costruttivo e funzionale di un accelerometro piezoelettrico

Accelerometro ICP (Integrated Circuit Piezoeletric)

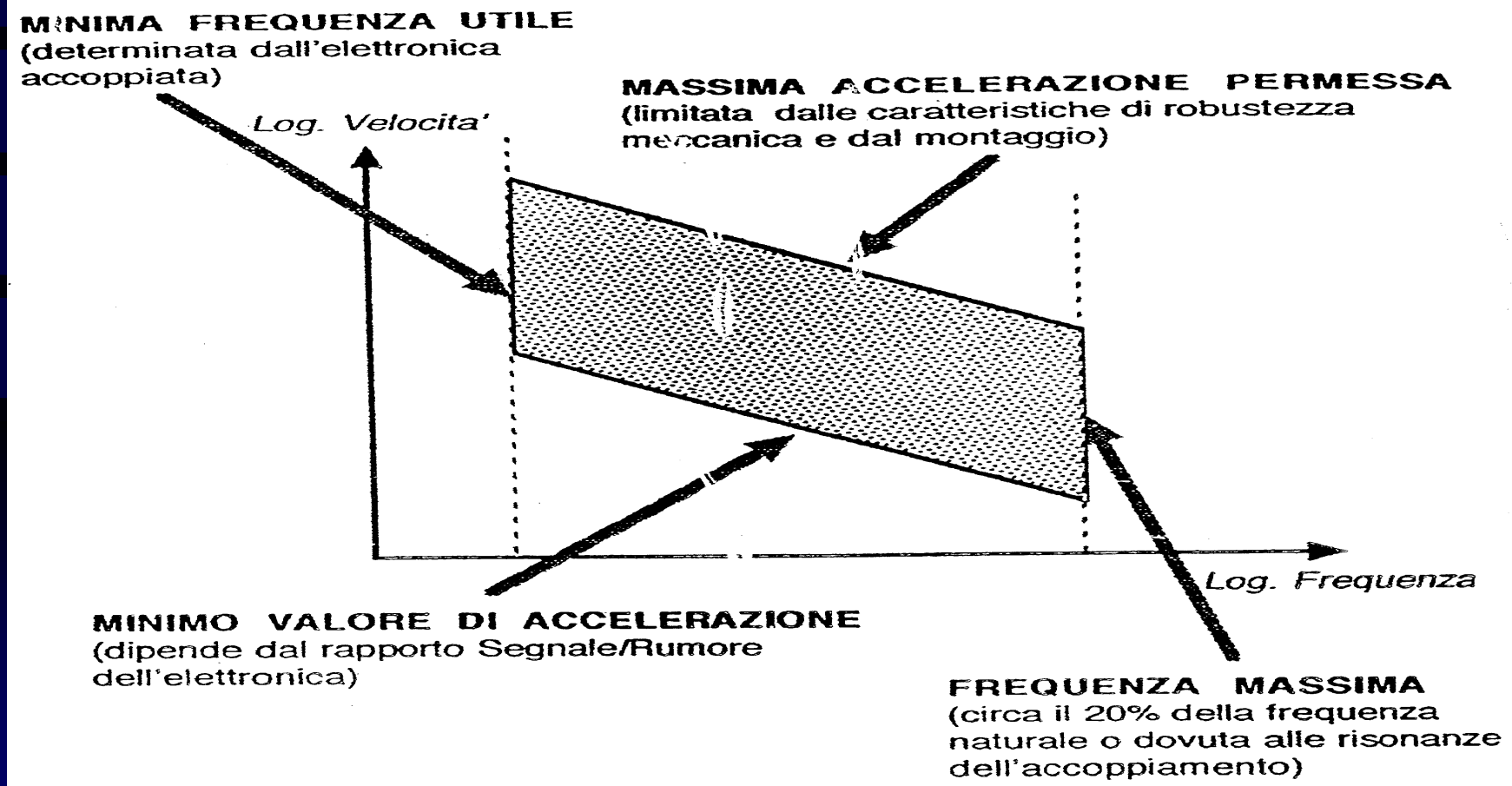
ICP
(Integrated Circuit Piezoelectric)



Schema di un accelerometro piezoelettrico con Mosfet Integrato

Limiti d'impiego

Limiti di impiego di un accelerometro



Filtri

- Sono componenti elettronici che permettono di eliminare da un segnale componenti in frequenza non desiderate.
- Caratteristiche dei filtri

  Passa-Alto

  Eliminano componenti in bassa frequenza

  Passa-Basso

  Eliminano componenti in alta frequenza

  Passa-Banda

  Eliminano componenti al di fuori della banda definita dal filtro

Caratteristiche dei filtri

- Frequenza di taglio

  Frequenza alla quale il filtro riduce di 3 dB l'ampiezza del segnale d'origine.

- Pendenza

  Un filtro reale agisce progressivamente con una certa pendenza, definita in:

  dB / Ottave (Ottava: $f2/f1 = 2$)

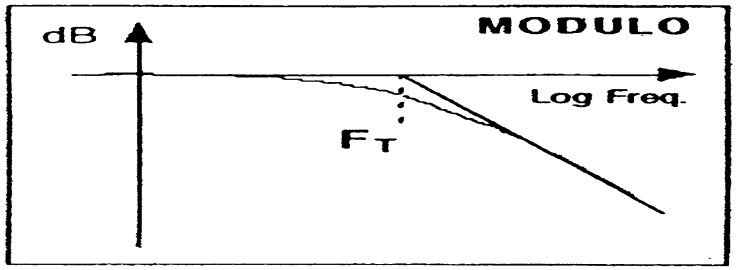
  dB / Decade (Decade: $f2/f1 = 10$)

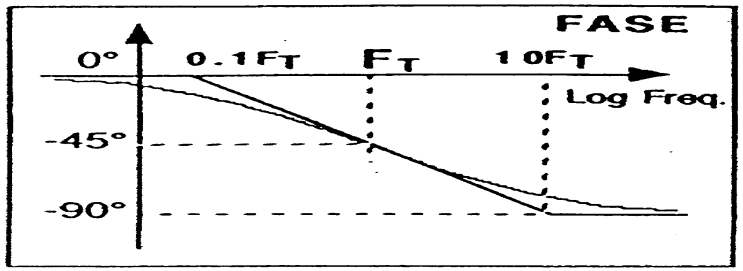
  La pendenza dipende dal numero di poli con cui il filtro è realizzato. Il filtro inoltre provoca una variazione nella fase del segnale.

  1 Polo: 6 dB/Ottava 2 Poli: 12 dB/Ottava

Filtro passa-basso

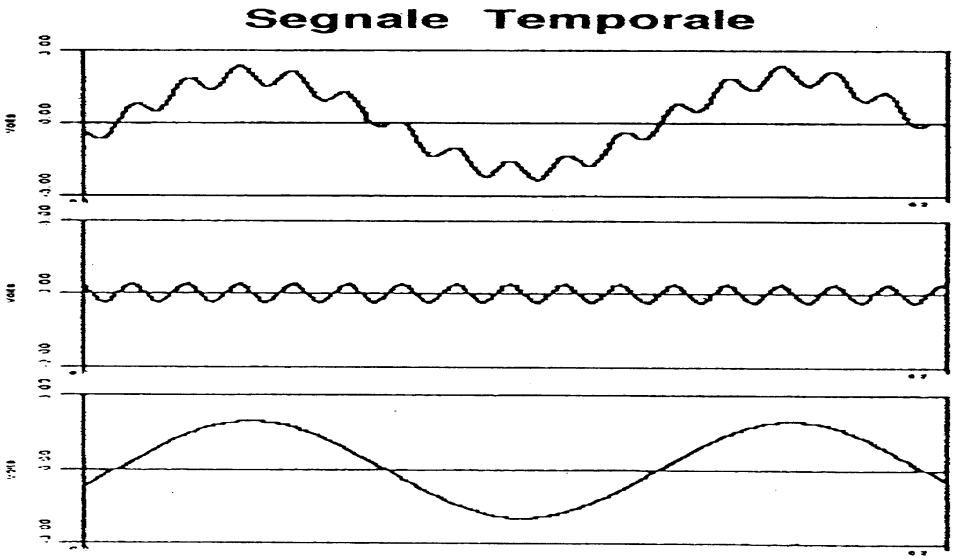
Filtri passa-basso

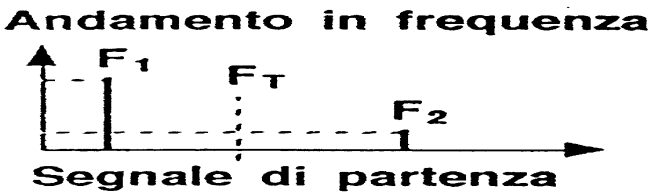




Caratteristica di un filtro passa-basso

Esempio: segnale composto da due sinusoidi a frequenza diversa.



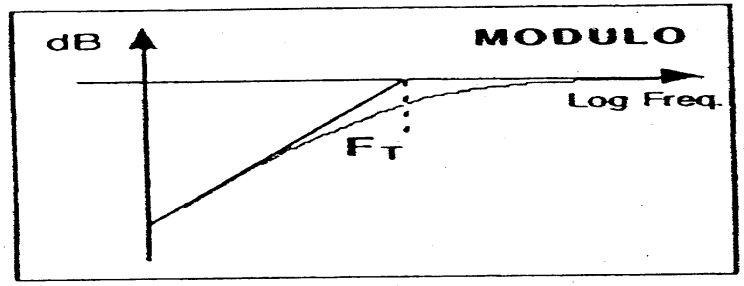


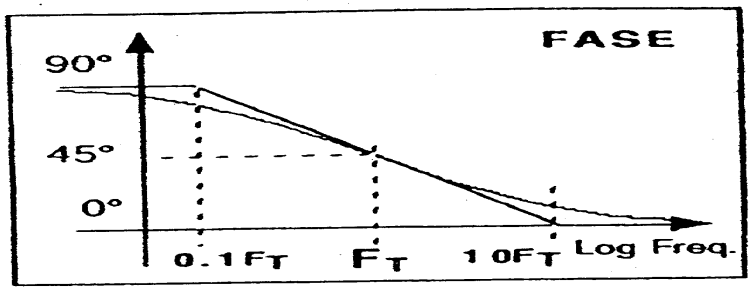
Componente filtrata

Segnale risultante

Filtro passa-alto

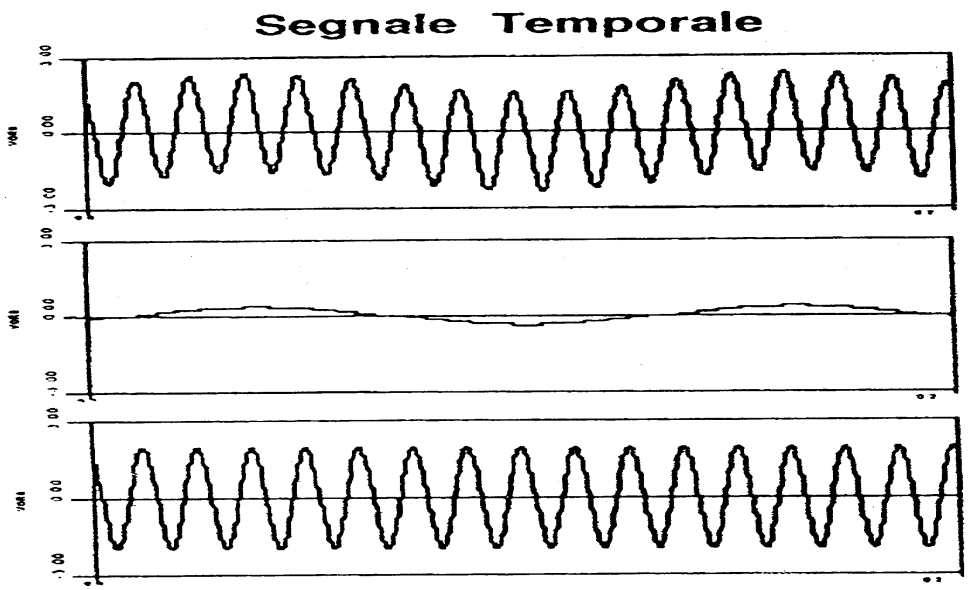
Filtri passa-alto





Caratteristica di un filtro passa-alto

Esempio: segnale composto da due sinusoidi a frequenza diversa.

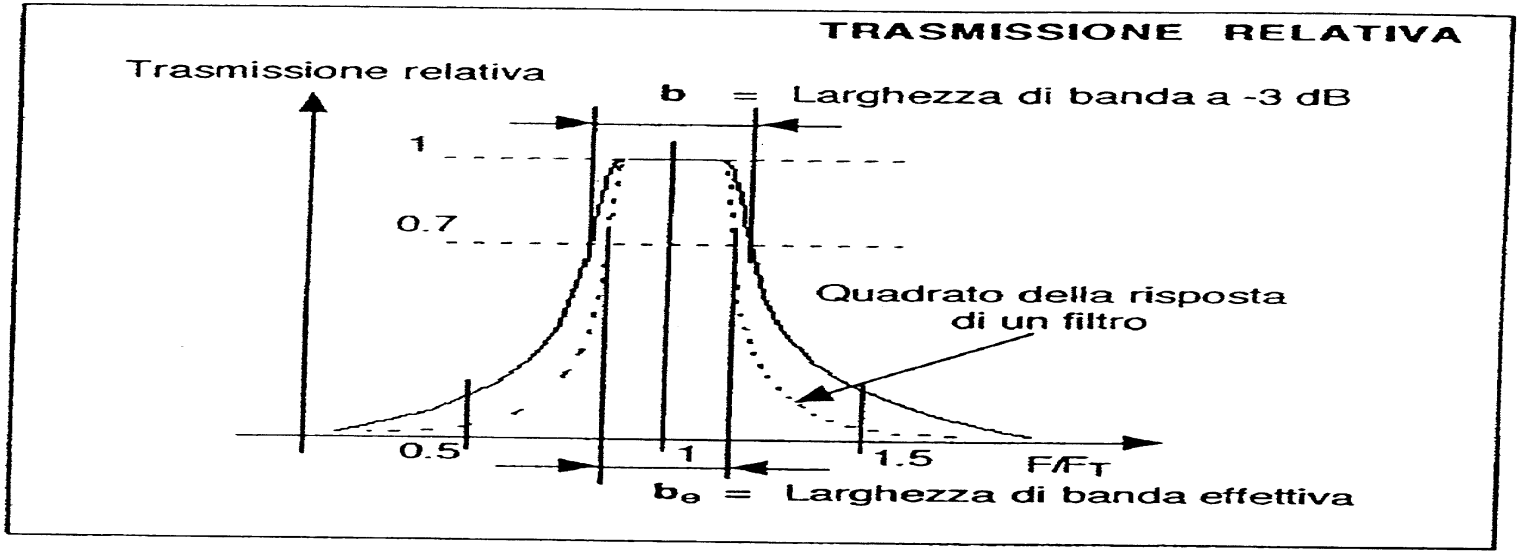


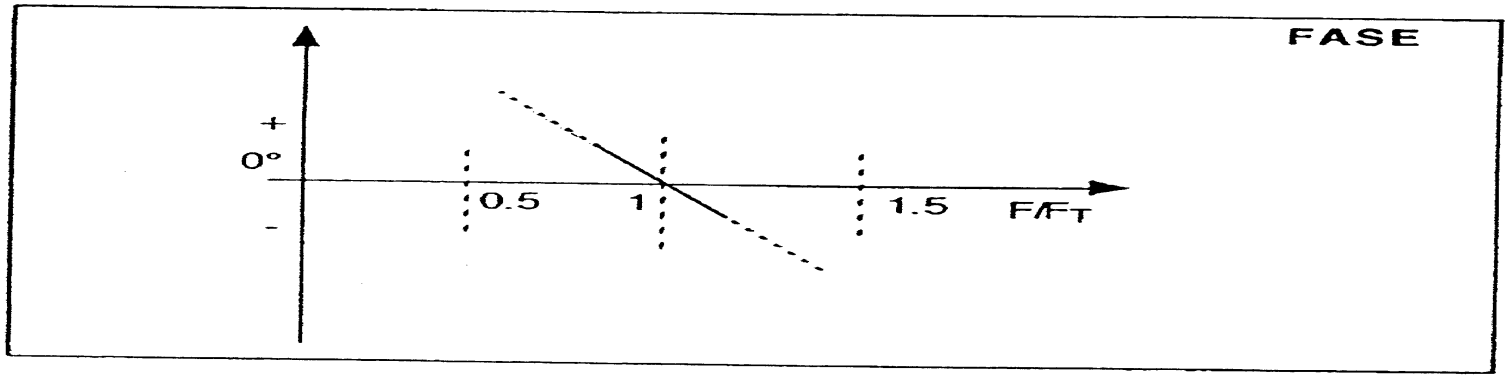
Componente filtrata

Segnale risultante

Filtro passa-banda

Filtri passa-banda





Caratteristica di un filtro passa-banda